

Équation de d'Alembert :

De nombreux phénomènes vibratoires **non dissipatifs** sont régis par l'équation de D'Alembert :

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0$$

La relation de dispersion associée à cette équation est :

$$k = \frac{\omega}{v}$$

ce qui signifie que les ondes se propagent **sans se déformer** et toutes à la **même vitesse v**.

Elles peuvent toutes se décomposer sur l'une des deux familles suivantes :

- les ondes progressives harmoniques (OPH): $a(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$
elles sont adaptées aux problèmes de propagation en milieu semi-infini
- les ondes stationnaires (OSH) : $a(x, t) = A \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \Psi)$
elles sont adaptées aux problèmes en milieu **borné**.

Relation de dispersion - Modes propres

- L' équation d'onde impose des contraintes à la propagation des OPH et des OSH qui s'obtient en injectant une OPH ou une OSH dans l'équation d'onde en notation complexe. Cette contrainte est la **relation de dispersion** .

$$k = f(\omega)$$

- Les conditions au limites **sélectionnent** certaines fréquences de vibration qui sont **les modes propres** de la structure.

- Les conditions initiales (oscillations libres) ou l'excitation permanente (oscillations forcées) fixent l'amplitude de vibration de chacun de ces modes propres.

Phénomènes ondulatoires exigibles :**Vibration transversale d'une corde :**

Hypothèses du modèle :

- déplacement purement vertical et de faible amplitude (calcul à l'ordre 1 en α)
- poids négligé

Vitesse de propagation : $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ où μ est la masse linéique de la corde

Vibration longitudinale d'un solide :

Hypothèses du modèle :

- chaîne de ressorts de raideur k , de longueur à vide a reliant des atomes de masse m

Approximation des milieux continus :

- pour que la fonction discrète $\xi_n(na, t)$ soit égale à la fonction continue $\xi(x, t)$, il faut que $\lambda \gg a$

Loi de Hooke : $\frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{ES}$

Le module d'Young E est la pression à imposer au fil de section S , divisée par l'allongement relatif qui en résulte. Plus le fil est raide plus le module d'Young est grand, plus la pression à imposer doit être grande pour obtenir un allongement relatif donné . L'unité de E est le Pa et son o.d.g pour les métaux courants est $10^{11} Pa$.